
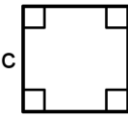
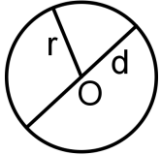


Chapitre 14 : Aires et volumes

1) Aires de figures usuelles

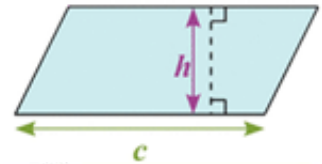
a) Rappel :

	Figures	Dimensions	Périmètre (P)	Aire (A)
Rectangle		Longueur : L Largeur : l	$2 \times (L + l)$ $= 2 \times L + 2 \times l$	$L \times l$
Carré		Longueur du côté : c	$4 \times c$	$c \times c$
Disque		Diamètre : d Rayon : r $d = 2 \times r$	$\pi \times d = \pi \times 2 \times r$ $\pi \approx 3,14$	$\pi \times r \times r$

b) Aire d'un parallélogramme

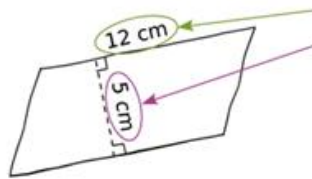
Pour calculer l'aire d'un parallélogramme, on multiplie la longueur d'un côté par la hauteur relative à ce côté :

$$A = c \times h$$



Exemple :

Calculer l'aire du parallélogramme suivant :



On repère la longueur d'un côté.

On repère la hauteur relative à ce côté.

On multiplie la longueur du côté repéré par la hauteur relative à ce côté :

$$A = c \times h = 12 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 60 \text{ cm}^2.$$

L'aire du parallélogramme vaut 60 cm².

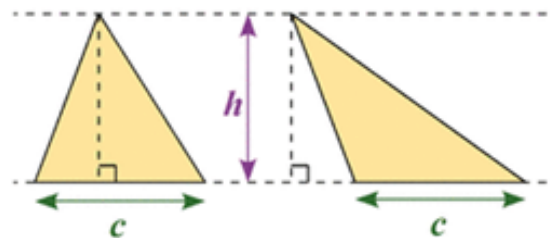
Remarque :

Pour calculer l'aire d'un losange, qui est un parallélogramme particulier, on peut également appliquer la formule $\frac{d \times D}{2}$ où d et D sont les diagonales du losange.

c) Aire d'un triangle

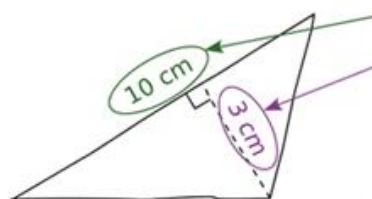
Pour calculer l'aire d'un triangle, on multiplie la longueur d'un côté par la hauteur relative à ce côté, puis on divise

le résultat par 2 :

$$A = \frac{c \times h}{2}$$


Exemple :

Calculer l'aire du triangle suivant :



On repère la longueur d'un côté.

On repère la hauteur relative à ce côté.

On multiplie la longueur du côté repéré par la hauteur relative à ce côté puis on divise le résultat par 2 :

$$A = \frac{c \times h}{2} = \frac{10 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}}{2} = \frac{30 \text{ cm}^2}{2} = 15 \text{ cm}^2.$$

L'aire du triangle est égale à 15 cm².

Remarque :

Chaque médiane d'un triangle le partage en deux triangles de même aire.

2) Prisme droit

a) Définition

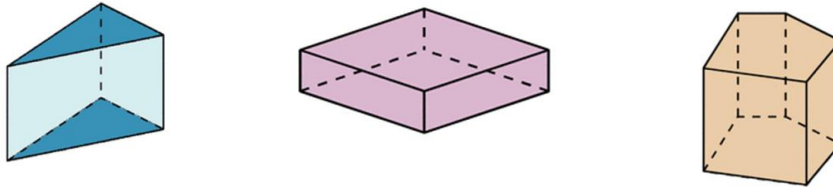
Un **prisme droit** est un solide délimité par :

- deux polygones superposables et parallèles, appelés les **bases** du prisme ;
- des faces rectangulaires perpendiculaires aux bases, appelées les **faces latérales** du prisme.

Les **arêtes latérales** d'un prisme droit sont les côtés communs à deux faces latérales.

Ce sont des segments parallèles, perpendiculaires aux bases et de même longueur.

Cette longueur commune est appelée la **hauteur** du prisme droit.



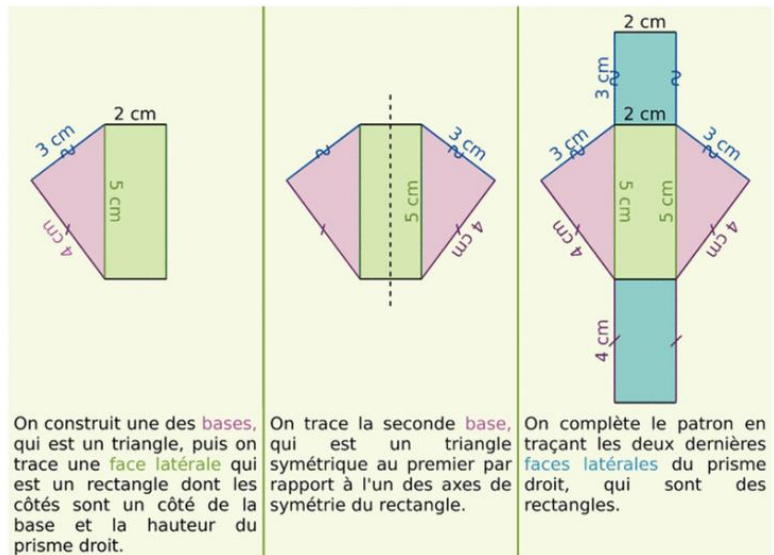
b) Patron

Un **patron** d'un prisme droit est composé des deux bases et des faces latérales du prisme.

Il existe plusieurs patrons d'un même prisme.

Exemple :

Dessiner le patron d'un prisme droit dont la base est un triangle de côtés 5 cm, 4 cm et 3 cm, et dont la hauteur est égale à 2 cm.



c) Aire latérale

La **surface latérale** d'un prisme droit est un rectangle dont les dimensions sont le périmètre d'une base et la hauteur du prisme. **L'aire latérale** d'un prisme droit est égale à l'aire de la surface latérale.

$$\text{Aire latérale} = \text{périmètre d'une base} \times \text{hauteur}$$

Exemple :

Périmètre de la base du prisme ci-dessus: $4 + 5 + 3 = 12$ cm. Aire latérale du prisme : $12 \times 2 = 24$ cm².

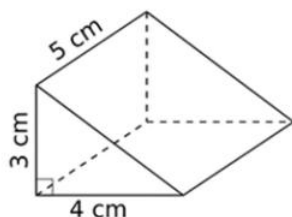
d) Volume

Pour calculer le **volume d'un prisme droit**, on multiplie l'aire d'une base par la hauteur du solide :

$$V = A_{\text{base}} \times h$$

Exemple :

Déterminer le volume du prisme droit suivant :



On calcule l'aire d'une base qui est un triangle rectangle :

$$A_{\text{base}} = \frac{4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}}{2} = \frac{12 \text{ cm}^2}{2} = 6 \text{ cm}^2.$$

On multiplie l'aire d'une base par la hauteur :

$$V = A_{\text{base}} \times h = 6 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm} = 30 \text{ cm}^3.$$

Le volume de ce prisme droit est 30 cm³.

3) Cylindre de révolution

a) Définition

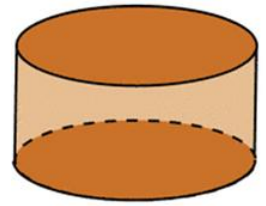
Un **cylindre de révolution** est un solide délimité par :

- deux **disques superposables et parallèles**, appelées les bases du cylindre ;
- un **rectangle** « enroulé » autour des **bases**, appelé la **surface latérale** du cylindre

La droite passant par les centres des deux bases est appelée **l'axe** du cylindre.

Elle est perpendiculaire aux bases.

La distance entre les deux centres est appelée la **hauteur** du cylindre.



b) Patron

Un **patron** d'un cylindre de révolution est composé des **deux disques de base** et de la **surface latérale du cylindre**.

Exemple :

Dessiner le patron d'un cylindre de révolution de hauteur 3 cm ayant pour base un disque de rayon 1 cm.

<p>On construit une des bases du cylindre, qui est un disque de rayon 1 cm. Le périmètre de ce cercle est $2 \times \pi \times 1 \text{ cm}$ soit environ 6,28 cm.</p>	<p>On trace la surface latérale du cylindre, qui est un rectangle dont les côtés sont la hauteur du cylindre et le périmètre du cercle, qui est environ 6,28 cm.</p>	<p>On complète le patron en traçant la seconde base, qui est un disque superposable au premier.</p>

c) Aire latérale

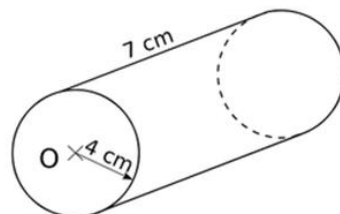
La **surface latérale** d'un cylindre de révolution est un rectangle dont les dimensions sont le périmètre d'un disque de base et la hauteur du cylindre.

L'aire latérale d'un cylindre de révolution est égale à l'aire de la surface latérale.

$$\text{Aire latérale} = \text{périmètre d'une base} \times \text{hauteur}$$

Exemple :

Détermine l'aire latérale du cylindre de révolution suivant :



On calcule le périmètre d'une base qui est un disque de rayon 4 cm :

$$\mathcal{P}_{\text{base}} = 2 \times \pi \times 4 \text{ cm} = 8\pi \text{ cm.}$$

On multiplie le périmètre d'une base par la hauteur :

$$A_{\text{latérale}} = \mathcal{P}_{\text{base}} \times h = 8\pi \text{ cm} \times 7 \text{ cm} = 56\pi \text{ cm}^2.$$

L'aire latérale de ce cylindre de révolution est $56\pi \text{ cm}^2$.

Une valeur approchée au centième près de l'aire latérale de ce cylindre de révolution est $175,93 \text{ cm}^2$.

d) Volume

Pour calculer le **volume d'un cylindre de révolution**, on multiplie l'aire d'une base par la hauteur du solide :

$$V = A_{\text{base}} \times h$$

Exemple :

Aire de la base du cylindre ci-dessus :

$$A_{\text{base}} = \pi \times r \times r = \pi \times 4 \times 4 \approx 50,27 \text{ cm}^2.$$

Volume du cylindre de révolution ci-dessus :

$$V = A_{\text{base}} \times h = 50,27 \times 7 = 351,89 \text{ cm}^3.$$